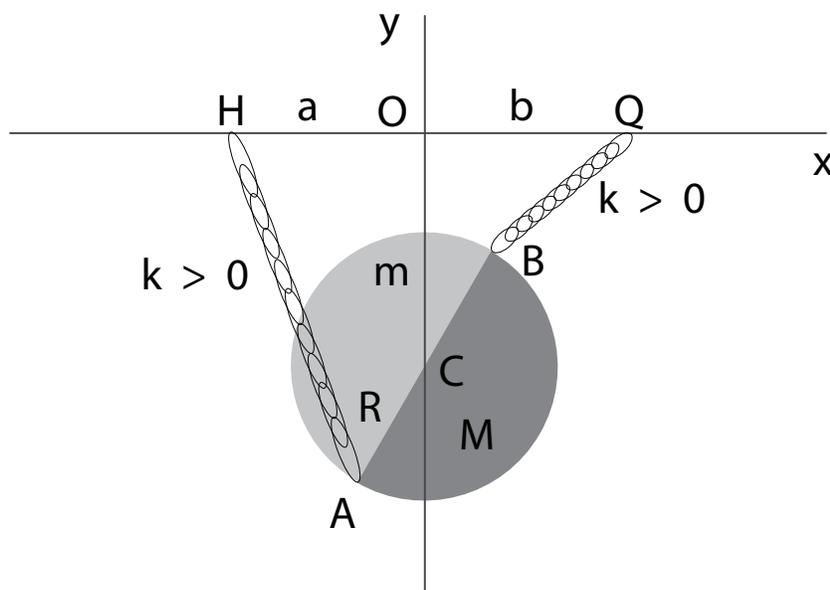


1. Un disco non omogeneo di raggio  $R$  e centro  $C$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ . Il centro  $C$  è libero di scorrere senza attrito lungo l'asse  $y$  ed il disco può ruotare attorno a  $C$ . Il diametro  $AB$  divide il disco in due semicerchi di masse  $M$  ed  $m$ . Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano i punti diametrali  $A$  e  $B$  con i punti  $H$  e  $Q$  posti sull'asse  $x$ , di ascisse rispettivamente  $-a$  e  $b$ . Dopo aver determinato il numero di gradi di libertà e scelto le coordinate lagrangiane,

- (i) determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.;  
(ii) quanto deve valere  $\lambda = k R / (m g)$  nel caso particolare  $M = 2 m$ ,  $b = R$  ed  $a = 2 R$ , affinché il diametro  $AB$  sia, all'equilibrio, inclinato di  $\pi/4$  rispetto all'orizzontale?

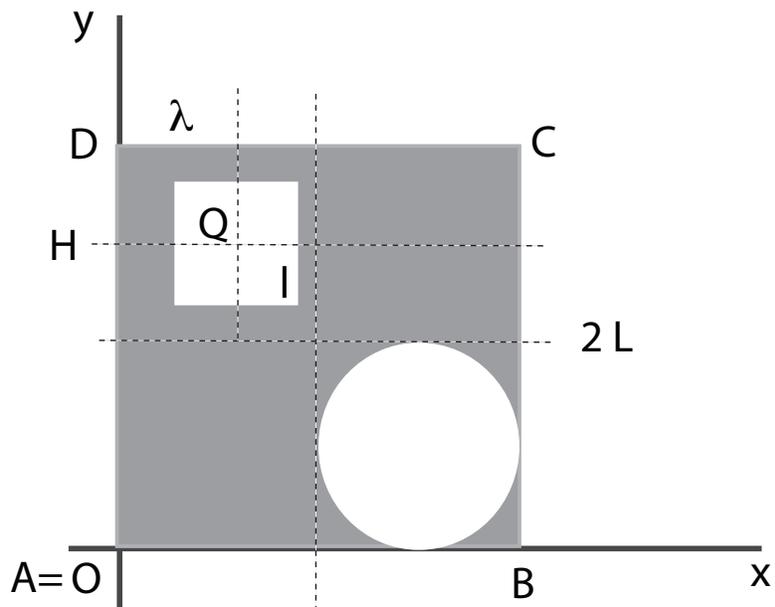


(Per gli studenti di Fisica Matematica: determinare le configurazioni di equilibrio usando le equazioni cardinali della statica).

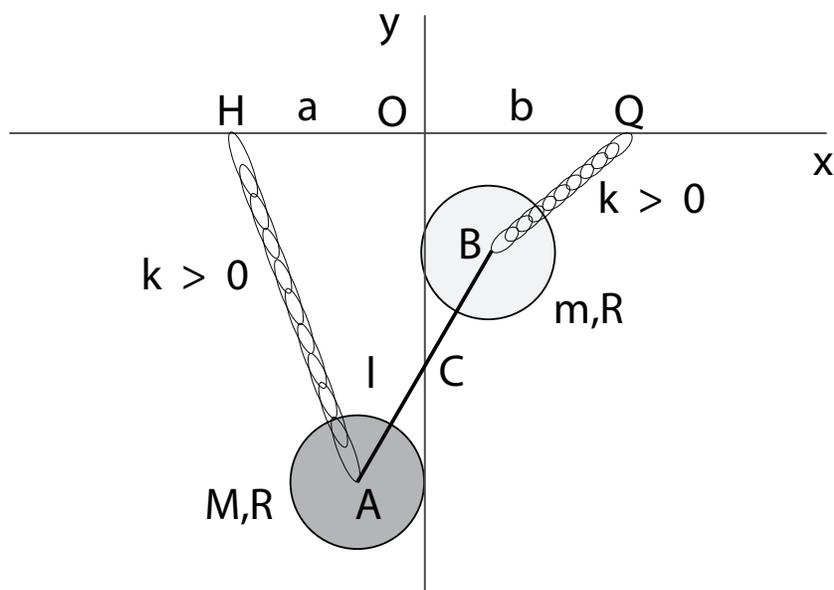
2. Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema dell'esercizio precedente, supponendo il disco omogeneo con massa  $M$  e che sul centro  $C$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$ .

(Per gli studenti di Fisica Matematica: scrivere le equazioni del moto usando le equazioni cardinali della dinamica, senza forze viscosi).

3. Una lamina piana è costituita da un quadrato  $ABCD$  di lato  $2L$  nel quale vengono praticati due fori: un cerchio nel quadrante inferiore destro tangente ai lati del quadrato ed un quadrato di lato  $l$  nel quadrante superiore sinistro, con il centro  $Q$  sulla retta mediana dei due quadranti superiori e posto a distanza  $\lambda$  dal lato sinistro del quadrato. In figura:  $AB = BC = 2L$ ;  $DH = L/2$ ;  $QH = \lambda$ . Con riferimento alla terna solidale  $O(x, y, z)$  indicata in figura, per quale valore di  $\lambda$  gli assi principali formano un angolo di  $\pi/4$  con quelli di partenza se  $l = L \sqrt{2/\pi}$ ?



- Un manubrio è costituito da un'asta  $AB$  priva di massa, ai cui estremi sono saldati due dischi di raggio  $R$  e masse  $M$  ed  $m$ . Il sistema si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ . Il punto medio dell'asta  $C$  è libero di scorrere senza attrito lungo l'asse  $y$  ed il manubrio può ruotare attorno a  $C$ . Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano i punti  $A$  e  $B$  con i punti  $H$  e  $Q$  posti sull'asse  $x$ , di ascisse rispettivamente  $-a$  e  $b$ . Dopo aver determinato il numero di gradi di libertà e scelto le coordinate lagrangiane,
  - determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.;
  - quanto deve valere  $\lambda = k R / (m g)$  nel caso particolare  $M = 2 m$ ,  $b = R$  ed  $a = 2 R$ , affinché l'asta  $AB$  sia, all'equilibrio, inclinata di  $\pi/4$  rispetto all'orizzontale?



(Per gli studenti di Fisica Matematica: determinare le configurazioni di equilibrio usando le equazioni cardinali della statica).

- Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema dell'esercizio precedente, supponendo che sul punto  $C$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$  e che i due dischi abbiano la stessa massa,  $M$ .

(Per gli studenti di Fisica Matematica: scrivere le equazioni del moto usando le equazioni cardinali della dinamica, senza forze viscosi).

3. Una lamina piana è costituita da un cerchio di raggio  $R$  nel quale vengono praticati due fori: un cerchio di centro  $Q$  e raggio  $r$  nel quadrante superiore sinistro, con il centro  $Q$  sulla bisettrice del II e IV quadrante a distanza  $\lambda$  da  $C$ , ed un quadrato  $CHKD$  di lato  $l = R/2$  nel quadrante inferiore destro, con i lati  $CH$  e  $CD$  disposti lungo due direzioni diametrali e parallele agli assi coordinati  $x$  ed  $y$ . Con riferimento alla terna solidale indicata in figura, per quale valore di  $\lambda$  gli assi principali della figura formano un angolo di  $\pi/4$  con quelli di partenza se  $r = R/\sqrt{6\pi}$ ?

